

## 必修四考前练兵卷一

一、选择题(每小题 3 分, 满分 36 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 化简  $\sin 690^\circ$  的值是

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}$

2. 关于向量  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , 下列说法中一定成立的是

- A.  $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} = (\vec{c} \cdot \vec{b})\vec{a}$                       B.  $|\vec{a} - \vec{b}| \leq |\vec{a} + \vec{b}|$   
 C. 若  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ , 则  $\vec{b} = \vec{c}$                       D.  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}||\vec{b}|$

3.  $\cos 20^\circ \cos 10^\circ - \sin 160^\circ \sin 10^\circ =$

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}$

4. 如图记  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  为互相垂直的单位向量, 向量  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  可表示为



- A.  $3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$                       B.  $-3\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$                       C.  $2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$                       D.  $3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$

5. 已知向量  $\vec{a} = (6, 8), \vec{b} = (\sin \alpha, \cos \alpha), \vec{a} \parallel \vec{b}$ , 则  $\tan \alpha =$

- A.  $\frac{3}{4}$                       B.  $-\frac{3}{4}$                       C.  $\frac{4}{3}$                       D.  $-\frac{4}{3}$

6. 已知  $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{8}$ , 且  $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , 则  $\sin \alpha - \cos \alpha$  的值为

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $-\frac{1}{2}$       D.  $\frac{1}{2}$

7. 已知函数  $f(x) = \tan 2x$ , 则下列说法不正确的是

- A.  $y = f(x)$  的最小正周期是  $\pi$       B.  $y = f(x)$  在  $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$  上单调递增  
 C.  $y = f(x)$  是奇函数      D.  $y = f(x)$  的对称中心是  $\left(\frac{k\pi}{4}, 0\right) (k \in Z)$

8. 已知  $\tan(\pi - \alpha) = -\frac{2}{3}$ , 且  $\alpha \in \left(-\pi, -\frac{\pi}{2}\right)$ , 则  $\frac{\cos(-\alpha) + 3\sin(\pi + \alpha)}{\cos(\pi - \alpha) + 9\sin \alpha}$  的值为

- A.  $-\frac{1}{5}$       B.  $-\frac{3}{7}$       C.  $\frac{1}{5}$       D.  $\frac{3}{7}$

9. 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1, |\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2$ , 则  $|\vec{a} - \vec{b}| =$

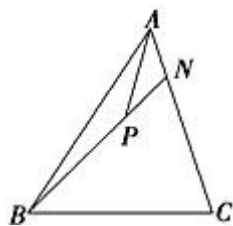
- A. 0      B.  $\sqrt{3}$       C. 3      D. 7

10. 将函数  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$  的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 再将

所得的图象向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位, 得到的函数图象的一条对称轴为  $x =$

- A.  $\frac{\pi}{12}$       B.  $\frac{\pi}{3}$       C.  $\frac{4\pi}{3}$       D.  $\frac{5\pi}{3}$

11. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$ , P 是 BN 上一点, 若  $\overrightarrow{AP} = t\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ , 则实数  $t$  的值为



- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{2}{5}$                       C.  $\frac{1}{6}$                       D.  $\frac{3}{4}$

12. 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$ ) 的图象关于  $x = \frac{\pi}{3}$  对称,  $(-\frac{\pi}{6}, 0)$  是函数

$y = f(x)$  的一个对称中心, 且  $y = f(x)$  在  $(\frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{6})$  上单调, 则  $\omega$  的最大值为

- A. 9                      B. 7                      C. 5                      D. 3

二、填空题(每小题 3 分, 满分 12 分, 把答案填在题中横线上)

13. 若 2 弧度的圆心角所对的弧长是 4cm, 则这个圆心角所在的扇形面积是\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .

14. 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 4$ , 且  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为\_\_\_\_\_.

15. 已知  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,  $\tan \alpha = 2$ , 则  $\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) =$ \_\_\_\_\_.

16. 已知直角梯形 ABCD 中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ADC = 90^\circ$ ,  $AD = 2$ ,  $BC = 1$ , P 是腰 DC 上的一个动点, 则  $|\vec{PA} + 3\vec{PB}|$  的最小值为\_\_\_\_\_.

三、解答题(满分 52 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 设向量  $\vec{a} = (1, 1), \vec{b} = (x, 3), \vec{c} = (8, 6)$ , 且  $\vec{b} \perp \vec{a}$ .

(1) 求向量  $\vec{b}$ ;

(2) 求向量  $\vec{a}$  在向量  $\vec{c}$  方向上的投影;

(3) 求实数  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$ , 使  $\vec{c} = \lambda_1 \vec{a} + \lambda_2 \vec{b}$ .

18. 已知  $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ , 且  $\alpha$  为第二象限角。

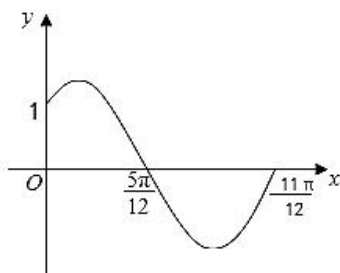
(1) 求  $\sin\alpha$  和  $\tan\alpha$  的值;

(2) 求  $\frac{1}{\cos^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha}$  的值。

19. 已知函数  $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$  ( $x \in \mathbb{R}, x > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示。

(1) 求函数  $f(x)$  的解析式;

(2) 若函数  $g(x) = f\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ , 求函数  $y = g(x)$  的最小正周期及单调递增区间。

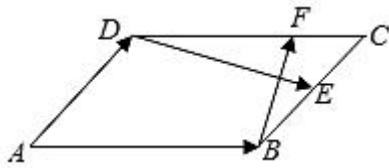


20. 如图, 在平行四边形 ABCD 中, E、F 分别是 BC、DC 上的点, 且满足  $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EC}, \overrightarrow{DF} = 2\overrightarrow{FC}$ ,

记  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}$ , 试以  $\vec{a}, \vec{b}$  为平面向量的一组基底. 利用向量的有关知识解决下列问题:

(1) 用  $\vec{a}, \vec{b}$  来表示向量  $\overrightarrow{DE}$  与  $\overrightarrow{BF}$ ;

(2) 若  $|\overrightarrow{AB}| = 3, |\overrightarrow{AD}| = 2$ , 且  $|\overrightarrow{BF}| = \sqrt{3}$ , 求  $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{BF}$ .



21. 已知  $\vec{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha), \vec{b} = (\sin \beta, \cos \beta), |\vec{a} - \vec{b}| = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

(1) 求  $\sin(\alpha + \beta)$  的值;

(2) 若  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} < \beta < 0, \cos \beta = \frac{12}{13}$ , 求  $\sin \alpha$  的值。